© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

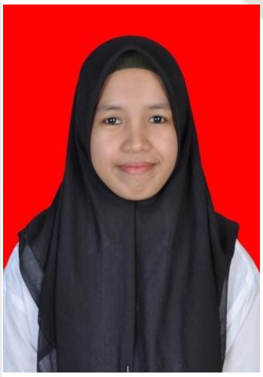
DETERMINAN MATRIKS $FLDcirc_r$ BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 4$ DENGAN EKSPANSI KOFAKTOR

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai salah satu syarat
untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

Oleh:

<u>PUTERI MAYANG SARI</u>
11454206134



FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2020

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSETUJUAN

DETERMINAN MATRIKS $FLDcirc_r$ BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 4$ DENGAN EKSPANSI KOFAKTOR

TUGAS AKHIR

oleh:

PUTERI MAYANG SARI
11454206134

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, 23 Juni 2020

Ketua Program Studi	Pembimbing
Ari Pani Desvina, M.Sc.	**Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat.**
NIP. 19811225 200604 2 003	**NIK. 130 517 048**

UIN SUSKA RIAU

© Ha

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

of Sultan Syarif Kasim Ria

LEMBAR PENGESAHAN

DETERMINAN MATRIKS $FLDcirc_r$ BENTUK KHUSUS
$n \times n$, $n \geq 4$ DENGAN EKSPANSI KOFAKTOR

TUGAS AKHIR

oleh:

PUTERI MAYANG SARI
11454206134

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 23 Juni 2020

Pekanbaru, 23 Juni 2020
Mengesahkan,

Dekan	**Ketua Program Studi**
Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.	**Ari Pani Desvina, M.Sc.**
NIP. 19660640 199203 1 004	**NIP. 19811225 200604 2 003**

DEWAN PENGUJI

Ketua	:	**Fitri Aryani, M.Sc.**
Sekretaris	:	**Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat.**
Anggota I	:	**Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
Anggota II	:	**Rahmawati, S.Si, M.Sc.**

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum, dengan ketentuan bahwa hak cipta ada pada penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan atas izin penulis dan harus dilakukan mengikut kaedah dan kebiasaan ilmiah serta menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin tertulis dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan dapat meminjamkan Tugas Akhir ini untuk anggotanya dengan mengisi nama, tanda peminjaman, dan tanggal pinjam pada form peminjaman.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi, dan sepanjang pengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah di tulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang secara tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan di dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 23 Juni 2020
Yang membuat pernyataan,

PUTERI MAYANG SARI
11454206134

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

LEMBAR PERSEMBAHAN

بِسْمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحْمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

Alhamdulillah...

Bibir hanya mampu berucap "Alhamdulillah". Rasa syukur yang teramat besar kepada sang pencipta. Terima kasih Ya Allah atas semua rahmat dan nikmat yang Engkau berikan kepadaku. Atas takdirmu saya bisa menjadi pribadi yang berpikir, berilmu, beriman dan bersabar. Semoga keberhasilan ini menjadi salah satu langkah awal untuk masa depanku, dalam meraih cita-cita saya.

Dengan ini aku persembahkan karya ini untuk kedua orang tua yang selalu mendukung dan percaya kepadaku. Terima kasih kukhusukan kepada mamaku yang selalu memberikan kasih sayang yang berlimpah dan do'a yang tidak pernah putus untukku. Atas semua kebaikanmu yang besar, aku hanya mampu menyicil semua balasan satu persatu untukmu dan salah satu balasanku adalah menyelesaikan kuliahku. Semoga Allah selalu melindungi mama dimanapun mama berada. Aamiin.

Terima kasih selanjutnya untuk semua saudaraku dirumah karna dengan bantuan dan motivasi dari kalian agar aku menjadi kakak yang baik serta dapat menjadi contoh untuk kalian. Semoga kita semua dapat membanggakan kedua orangtua kita. Aamiin.

Selanjutnya terima kasih juga yang tak terhingga untuk dosen pembimbingku, Ibu Ade Novia Rahma, S.Pd, M.Mat yang sudah mendidik, mengarahkan dan selalu bersabar hingga aku dapat menyelesaikan tugas akhir ini. Dan juga terima kasih teruntuk kedua ibu pengujiku, Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si dan Ibu Rahmawati, S.Si, M.Sc serta ketua sidangku, Ibu Fitri Aryani, MSc dengan bantuan Ibu semua tugas akhir ini dapat diselesaikan dengan baik. Terima kasih.

Teruntuk sahabatku di kampus agus, della, dien, dewi, nurul dan witra. Waktu-aktu kita selama dikampus sangat berharga untukku. Bahagianya aku bertemu orang seperti kalian. Canda tawa dan juga sedih kita akan selalu membekas didalam ingatan. Terima kasih telah hadir.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Teruntuk sahabat SMAku gita, ririn, adi, feri, wahyu, habib, ikhsan dan ravi meski kalian tidak ada kontribusi dalam tugas akhirku ini tapi aku pengen sebut aja kalian HAHAHAHA makasi woy!!

*Teruntuk debi, teman nonton bioskopku HAHAHA kuliah aku gak selesai karna nonton bioskop aja sama kau wkwk *canda makasi ya bi udah selalu nemenin dan dengerin curhatan sedih ku tentang perkuliahan ini huhu Loveyou!*

Dan buat EXO ku sayang yang sudah menemani, terkhusukan Tuan Muda Oh Sehun, kupersembahkan tugas akhirku ini agar menjadi langkah awalku untuk menjumpaimu sayang! XOXO

Dan terakhir buat mayang, ya diriku sendiri. Terimakasih sudah kuat dan Selamat!! Kita berhasil! Aku selalu percaya kamu PASTI BISA.

With Love
Mayang

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DETERMINAN MATRIKS $FLDcirc_r$ BENTUK KHUSUS $n \times n, n \geq 4$ DENGAN EKSPANSI KOFAKTOR

PUTERI MAYANG SARI
11454206134

Tanggal Sidang : 23 Juni 2020
Tanggal Wisuda: 2020

Program Studi Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRAK

Determinan merupakan salah satu pokok bahasan yang digunakan dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam matriks. Beberapa cara yang dapat dilakukan untuk mencari nilai determinan dari suatu matriks diantaranya metode Sarrus, metode ekspansi kofaktor, metode kondensasi Chio dan metode kondensasi Dogson. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan determinan matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus dengan menggunakan ekspansi kofaktor. Pembuktian bentuk umum dari determinan menggunakan metode induksi matematika. Hasil yang diperoleh adalah didapatkannya bentuk umum dari matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus serta pengaplikasiannya akan dibahas dalam bentuk contoh.

Katakunci: determinan, matriks $FLDcirc_r$, ekspansi kofaktor, induksi matematika

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DETERMINANT $FLDcirc_r$ MATRIX WITH SPECIAL FORM $n \times n, n \geq 4$ USING THE COFACTOR EXPANSION

PUTERI MAYANG SARI
11454206134

Date of Final Exam : 23^{rd} June 2020
Date of Graduation : 2020

Mathematics Department
Faculty of Science and Technology
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru

ABSTRACT

Determinant is one of subjects used in solving several problems in the matrix. Several ways that can be done to find the determinant value of matrix including Sarrus method, the cofactor expansion, Chio condensation method and Dogson condensation method. The aim of this research is to determine the determinant $FLDcirc_r$ matrix with special form using the cofactor expansion. Proof of the general form of determinant using the mathematical induction method. The result obtained are the general form obtained $FLDcirc_r$ matrix with special form and its application will be discussed in the form of examples.

Katakunci: *determinant, $FLDcirc_r$ matrix, the cofactor expansion, the mathematical induction*

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu m
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kas

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirabbil'alamin, segala puji syukur penulis ucapkan kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir dengan judul **"Determinan Matriks $\mathbf{FLDcirc_r}$ Bentuk Khusus $\mathbf{n \times n, n \geq 4}$ Dengan Ekspansi Kofaktor"** sebagai salah satu syarat untuk mendapatkan gelar sarjana akademik di Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Banyak sekali yang penulis peroleh berupa ilmu pengetahuan dan pengamalan selama menempuh pendidikan di Program Studi Matematika. Penulis berharap Tugas Akhir ini nantinya dapat berguna bagi semua pihak yang memerlukannya. Penulisan Tugas Akhir ini tidak terlepas dari berbagai pihak. Maka dari itu, pada kesempatan ini penulis mengucapkan terimakasih yang setulusnya kepada pihak-pihak yang terkait berikut:

1. Bapak Prof. Dr. KH. Akhmad Mujahidin, S.Ag, M.Ag selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universita Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc selaku Ketua Program Studi Mtematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc selaku Sekertaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
5. Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat selaku Pembimbing Tugas Akhir yang telah banyak membantu, memberi bimbingan, memberi arahan serta saran, motivasi, dukungan serta ilmunya dalam penulisan Tugas Akhir ini.
6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si dan Ibu Rahmawati, M.Sc selaku Penguji yang telah memberikan kritikan dan saran dalam penulisan Tugas Akhir ini.
7. Semua dosen Matematika Fakultas Sains dan Teknologi yang telah memberi masukan, motivasi serta ilmunya.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

8. Teman-teman seperjuangan aku (Agus, Della, Dewi, Dien, Nurul dan Witra) yang masih setia menemani penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir.
9. Semua pihak yang telah banyak membantu dan memberi motivasi dalam pengerjaan Tugas Akhir ini mulai dari awal hingga selesai yang tidak mungkin disebutkan satu persatu, terimakasih atas bantuannya semoga ilmu yang diberikan kepada penulis dapat bermanfaat.

Penulis telah berusaha semaksimal mungkin dalam penyusunan Tugas Akhir ini. Walaupun demikian tidak tertutupi kemungkinan adanya kesalahan dan kekurangan baik dengan penulisan maupun dalam penyajian materi. Oleh karena ini penulis mengharapkan kritik dan saran dari berbagai pihak demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Semoga laporan Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi penulisan dan pihak-pihak yang memperlukan.

Pekanbaru, 23 Juni 2020

Penulis

PUTERI MAYANG SARI
11454206134

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR ISI

Halaman

LEMBAR PERSETUJUAN ii
LEMBAR PENGESAHAN iii
LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL iv
LEMBAR PERNYATAAN v
LEMBAR PERSEMBAHAN vi
ABSTRAK vii
ABSTRACT viii
KATA PENGANTAR ix
DAFTAR ISI xi

BAB I PENDAHULUAN
1.1 Latar Belakang I-1
1.2 Rumusan Masalah I-4
1.3 Batasan Masalah I-4
1.4 Tujuan Penelitian I-4
1.5 Manfaat Penelitian I-4
1.6 Sistematika Penulisan I-5

BAB II LANDASAN TEORI
2.1 Pengertian dan Operasi Pada Matriks II-1
2.2 Determinan II-3
2.3 Matriks *Circulant* II-5
2.4 Induksi Matematika II-6

BAB III METODE PENELITIAN
3.1 Jenis Penelitian III-1
3.2 Prosedur Penelitian III-1

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN
4.1 Bentuk Umum Determinan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus Orde $n \times n$ IV-1

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
   a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
   b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan V-1

5.2 Saran... V-1

DAFTAR PUSTAKA

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB I
PENDAHULUAN

Pada Bab I ini akan di bahas mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan. Selengkapnya akan di jelaskan pada Sub-Bab 1.1-1.5.

1.1 Latar Belakang

Matriks merupakan salah satu cabang ilmu aljabar linear yang paling sering menjadi pembahasan dalam ilmu matematika. Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Beberapa jenis matriks berdasarkan elemennya yaitu matriks bujur sangkar, matriks diagonal, matriks segitiga, matriks nol dan masih banyak jenis matriks lainnya (Anton dan Rorres, 2013).

Salah satu bahasan yang sering dibahas dalam teori matriks adalah mencari nilai determinan. Deteminan matriks A biasanya dinyatakan oleh $|A|$ atau $\det(A)$. Beberapa cara yang dapat dilakukan untuk mencari nilai determinan dari suatu matriks diantaranya aturan segitiga, aturan Sarrus, reduksi baris, metode ekspansi kofaktor, operasi baris elementer, metode kondensasi Chio dan metode kondensasi Dogson.

Metode ekspansi kofaktor adalah sebuah metode yang menghitung determinan dari matriks $A, n \times n$, dengan mengalikan entri-entri pada sebarang baris atau kolom dengan kofaktor-kofaktornya dan menjumlhkan hasilkali-hasilkali yang diperoleh (Anton dan Rorres, 2013).

Pada tahun 2018 dilakukan penelitian terkait metode ekspansi kofaktor yang dilakukan oleh Aryani dan Marzuki dengan judul "Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor". Adapun hasil dari penelitian tersebut adalah sebagai berikut:

$$|A_n| = \begin{cases} 0, & jika\ n \equiv 6\ (mod\ 2)\ atau\ n = 6\ (mod\ 5) \\ 1 & jika\ n \equiv 6\ (mod\ 0)\ atau\ n = 6\ (mod\ 1) \\ -1 & jika\ n \equiv 6\ (mod\ 3)\ atau\ n = 6\ (mod\ 4) \end{cases} \tag{1.1}$$

Ada beberapa jenis matriks yang sering dibahas dalam ruang lingkup aljabar salah satunya adalah matriks *circulant* yang terbagi dalam beberapa

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

macam diantaranya matriks $FLScirc_r$ dan matriks $FLDcirc_r$. Matriks *circulant* adalah suatu matriks bujur sangkar berorde $n \times n$ yang setiap elemen dari baris identik dengan baris sebelumnya, namun dipindahkan satu posisi ke kanan, (Jones. AW, 2008).

Pada tahun 2015, Pan dan Qin menemukan bentuk baru dari matriks *circulant* yaitu matriks $FLDcirc_r$ yang merupakan bentuk lain dari matriks $FLScirc_r$. Bentuk umum dari matriks $FLDcirc_r$ adalah sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ra_{n-1} & a_0 - ra_{n-1} & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ra_{n-2} & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ ra_2 & ra_3 - ra_2 & ra_4 - ra_3 & \cdots & a_0 - ra_{n-1} & a_1 \\ ra_1 & ra_2 - ra_1 & ra_3 - ra_2 & \cdots & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

dapat ditulis dengan $A = FLDcirc_r(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$.

Penelitian tentang matriks $FLDcirc_r$ sudah pernah diteliti sebelumnya. Salah satunya penelitian yang dilakukan oleh Aryani, Dkk di tahun 2018 dengan judul "Determinan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor" dengan bentuk khusus dari matriks $FLDcirc_r$ dengan menggunakan metode adjoin adalah sebagai berikut:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x \\ rx & -rx & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \; dengan\; x, r \in \mathbb{R} \quad (1.3)$$

dapat ditulis dengan $A_n = FLDcirc_r(0, x, 0, \dots, 0)$.

Maka didapat rumus umum determinan dari Persamaan (1.3) adalah

$$|A_n| = (-1)^{n+1} x^n r, \;\; n \geq 2 \quad (1.4)$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penelitian terbaru di tahun 2019 yang dilakukan Rahma, Dkk dengan judul "Determinan Matriks Blok 2×2 Dalam Aplikasi Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus" dengan bentuk khusus dari matriks $FLDcirc_r$ sebagai berikut:

$$P_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & a \\ ra & -ra & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ra & -ra & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

dapat ditulis dengan $P_n = FLDcirc_r(0,0,a,0,\ldots,0)$.

Maka didapat rumus umum untuk determinan matriks blok 2×2 dalam aplikasi matriks $FLDcirc_r$ adalah

$$|P_n| = (-1)^{(n^2-3n+4)} r^2 a^n, \;\; n \geq 3 \quad (1.6)$$

Berdasarkan beberapa penelitian di atas penulis tertarik untuk meneliti tentang matriks $FLDcirc_r$ dengan bentuk khusus matriks yang digunakan adalah:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x \\ rx & -rx & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rx & -rx & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rx & -rx & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

dapat ditulis dengan $A_n = FLDcirc_r(0,0,0,x,0,0,\ldots,0)$

Maka dari itu penulis mengambil judul penelitian ini yaitu "Determinan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 4$ Dengan Ekspansi Kofaktor".

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bentuk umum determinan dari matriks $FLDCirc_r$ berbentuk khusus dari Persamaan (1.7) dengan menggunakan ekspansi kofaktor.

1.3 Batasan Masalah

Penelitian tugas akhir ini dibuat dengan memberikan batasan masalah untuk menghindari pembahasan secara luas. Adapun batasan masalah tersebut yaitu:

1. Matriks yang digunakan adalah matriks $FLDCirc_r$ berbentuk khusus dari Persamaan (1.7).
2. Matriks yang diteliti adalah matriks yang berorde $n \geq 4$ yaitu matriks 4×4 sampai dengan matriks 10×10.
3. Mencari determinan menggunakan ekspansi kofaktor.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan bentuk umum determinan matriks $FLDCirc_r$ yang sesuai dengan Persamaan (1.7) menggunakan ekspansi kofaktor.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan di atas, maka manfaat yang dapat diambil adalah sebagai berikut :

a. Bagi Penulis

   Adapun manfaat yang didapatkan melaluui penelitian ini adalah memperdalam pemahaman penulis tentang matriks, dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji suatu permasalahan aljabar linear khususnya dalam hal menyelesaikan determinan matriks $FLDCirc_r$.

b. Bagi Lembaga Pendidikan

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penulis berharap penelitian ini dapat dijadikan referensi dalam memecahkan masalah yang berkaitan dengan menentukan determinan matriks $FLDCirc_r$ ..

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada Tugas Akhir ini terdiri atas 5 Bab yaitu:

BAB I PENDAHULUAN

Pendahuluan berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Landasan teori berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, determinan matriks, matriks *Circulant* dan induksi matematika.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini berisikan tentang langkah-langkah atau prosedur dalam menentukan bentuk umum determinan suatu matriks $FLDCirc_r$ bentuk khusus menggunakan ekspansi kofaktor.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini berisikan penjelasan bagaimana menentukan bentuk umum determinan pada mariks $FLDCirc_r$ bentuk khusus $n \times n, n \geq 3$.

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN

Bab ini berisikan kesimpulan dari hasil dan saran dari penulis.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB II

LANDASAN TEORI

Pada Bab II berisi tentang teori-teori pendukung yang berkaitan dengan matriks, determinan matriks, matriks $FLDCirc_r$ dan induksi matematika

2.1 Pengertian dan Operasi Pada Matriks

Definisi 2.1 (Anton dan Rorres, 2013) Matriks adalah susunan segi empat siku-siku dari bilangan-bilangan. Bilangan-bilangan yang terdapat dalam susunan itulah yang dinamakan entri dalam matriks. Ukuran atau ordo dari suatu matriks dijelaskan dalam jumlah baris (garis horizontal) dan jumlah kolom (garis vertical) yang terdapat dalam matriks tersebut.

Notasi matriks biasanya dilambangkan dengan huruf besar (kapital) dan dicetak tebal sedangkan entri dalam matriks dilambangkan dengan huruf kecil. Secara umum sebuah matriks A berorde $m \times n$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{12} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

atau dengan penulisan yang lebih singkat: $A = [a_{ij}], (i, j = 1,2,3, \dots, n)$.

Berikut beberapa operasi yang terdapat di dalam matriks (Anton dan Rorres, 2013) :

1. Penjumlahan dan Pengurangan dalam Matriks

Definisi 2.2 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A dan B adalah matriks matriks dengan ukuran yang sama, maka jumlah $(sum)\, A + B$ adsalah matriks yang diperoleh dengan menjumlahkan entri-entri pada B dengan entri-entri yang bersesuaian pada A dan $selisih\,(difference)\, A - B$ adalah matriks yang diperoeh dengan mengurangkan entri-entri pada A dengan entri-entri yang bersesuaian pada B. Matriks dengan ukuran yang berbeda tidak dapat dijumlahkan atau dikurangkan.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

UIN SUSKA RIAU

Contoh 2.1

Perhatikan matriks-matriks berikut ini.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian :

$$A + B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } A - B = \begin{bmatrix} -3 & -8 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Pernyataan $A + C, B + C, A - C$, dan $B - C$ tidak terdefinisi.

2. Perkalian Matriks

Definisi 2.3 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah matriks $m \times r$ dan B adalah matriks $r \times n$ maka hasilkali (*product*) AB adalah matriks $m \times n$ yang entri-entrinya ditentukan sebagai berikut. Untuk mencari entri pada baris i dan kolom j dari AB, pisahkanlah baris i dari matriks A dan kolom j dari matriks B. Kalikan entri-entri yang bersesuaian dari baris dan kolom tersebut dan kemudian jumlahkan hasil yang diperoleh.

Dalam notasi matriks, jika $A_{(m \times n)} \times B_{(n \times s)} = C_{(m \times s)}$

dengan syarat kolom dari matriks A dan baris dari matriks B harus sama.

Contoh 2.2

Diberikan matriks-matriks sebagai berikut ini:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Maka tentukanlah $A \times B$!

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 2 \\ 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 40 \\ 21 & 29 \\ 16 & 27 \end{bmatrix}$$

2.2 Determinan

Definisi 2.4 (Anton dan Rorres, 2013) Misalkan A adalah matriks bujur sangkar. Fungsi determinan dinotasikan dengan $\det$ dan kita mendefinisikan $\det(A)$ sebagai jumlah dari semua hasil kali elementer bertanda dari A. Angka $\det(A)$ disebut determinan dari A.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu matriks dengan determinan yaitu dengan metode ekspansi kofaktor.

Definisi 2.5 (Anton dan Rorres, 2013) Jika A adalah matriks kuadrat, maka minor entri a_{ij} dinyatakan sebagai M_{ij} dan difenisikan sebagai determinan dari submatriks yang tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari A. Bilangan $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dinyatakan sebagai C_{ij} dan disebut sebagai kofaktor dari entri a_{ij}.

Kofaktor dan minor dari suatu elemen a_{ij} hanya berbeda dalam tandanya, yakni $C_{ij} = \pm M_{ij}$ berada dalam baris ke-i dan kolom ke-j dari susunan berikut :

$$\begin{bmatrix} + & - & + & - & + \\ - & + & - & + & - \\ + & - & + & - & + \\ - & + & - & + & - \\ + & - & + & - & + \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Berdasarkan matriks tanda diatas, maka didapatkan kofaktor :

$$C_{11} = M_{11}, C_{21} = -M_{21}, C_{43} = -M_{43}, \dots, C_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Teorema 2.1 (Anton dan Rorres, 2013) Determinan matriks A yang berukuran $n \times n$ dapat dihitung dengan mengalikan entri-entri dalam suatu baris (atau kolom) dengan kofaktor-kofaktornya dan menambahkan hasil-hasil kali yang dihasilkan, yakni untuk setiap $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$, maka

$\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$. (ekspansi kofaktor di sepanjang baris ke-i).

$\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$. (ekspansi kofaktor di sepanjang baris ke-j).

Contoh 2.3

Diberikan matriks orde 3×3 sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

Tentukan $det(A)$ menggunakan ekspansi kofaktor!

Penyelesaian:

Matriks ekspansi disepanjang baris pertama, sehingga

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} + 0\begin{vmatrix} -2 & -4 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= 3(-4) - (1)(-11) + 0 = -1$$

Contoh 2.4

Diberikan matriks orde 3×3 sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Tentukan $det(A)$ menggunakan ekspansi kofaktor!

Penyelesaian:

Matriks ekspansi disepanjang baris pertama, sehingga

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 4\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 0\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 4(7) - 0 + 2(1) = 30$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.3 Matriks *Circulant*

Definisi 2.6 (Jones. AW, 2008) Matriks *circulant* adalah suatu matriks bujur sangkar yang berukuran $n \times n$ yang dibentuk dari n vektor dan setiap entri dari baris sebelumnya bergeser satu posisi ke kanan pada baris berikutnya dan entri sepanjang diagonal matriksnya adalah sama.

Bentuk umum dari matriks *circulant* adalah sebagai berikut:

$$B = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & \cdots & b_{n-2} & b_{n-1} \\ b_{n-1} & b_0 & b_1 & \cdots & b_{n-3} & b_{n-2} \\ b_{n-2} & b_{n-1} & b_0 & \cdots & b_{n-4} & b_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ b_2 & b_3 & b_4 & \cdots & b_0 & b_1 \\ b_1 & b_2 & b_3 & \cdots & b_{n-1} & b_0 \end{bmatrix}$$

dapat ditulis dengan $B = (b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$.

Contoh 2.5

Diberikan matriks *circulant* $B = (0,1,1,1,2)$ dengan $n = 5$.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

2.3.1 Matriks $FLDcirculant_r$

Definisi 2.7 (Pan dan Qin, 2015) Suatu matriks bujur sangkar dikatakan matriks $FLDcirculant_r$ jika memenuhi formula pada Persamaan (1.1), yaitu:

$$A = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ ra_{n-1} & a_0 - ra_{n-1} & a_1 & \cdots & a_{n-3} & a_{n-2} \\ ra_{n-2} & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} & \cdots & a_{n-4} & a_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ ra_2 & ra_3 - ra_2 & ra_4 - ra_3 & \cdots & a_0 - ra_{n-1} & a_1 \\ ra_1 & ra_2 - ra_1 & ra_3 - ra_2 & \cdots & ra_{n-1} - ra_{n-2} & a_0 - ra_{n-1} \end{bmatrix}$$

dapat ditulis dengan $A = FLDcirc_r(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1})$.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.6

Diberikan matriks $FLDcirculant_r$ berorde 5×5 sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & -4 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks A diatas dapat ditulis dengan $A_5 = FLDcirc_2(1,2,0,1,1)$.

Contoh 2.7

Diberikan matriks $FLDcirculant_r$ berorde 6×6 sebagai berikut :

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & -2 & 1 & 2 \\ 6 & -4 & 0 & 0 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & -4 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Matriks B diatas dapat ditulis dengan $A_5 = FLDcirc_3(0,1,2,1,1,2)$.

2.4 Induksi Matematika

Definisi 2.8 (Munir, 2012) Misalkan $p(n)$ adalah pernyataan perihal bilangan bulat dan akan dibuktikan bahwa $p(n)$ tersebut benar untuk semua bilangan bulat $n \geq 1$, maka untuk membuktikan pernyataan ini, cukup dengan menunjukkan bahwa:

1. $p(1)$ benar
2. Jika $p(n)$ benar, maka $p(n+1)$ juga benar, untuk setiap $n \geq 1$.

Sehingga $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif $n \geq 1$.

Langkah 1 dinamakan basis induksi, sedangkan langkah 2 dinamakan langkah induksi. Langkah induksi berisi asumsi (andaian) yang menyatakan bahwa $p(n)$ benar. Asumsi tersebut dinamakan hipotesis induksi. Bila sudah ditunjukkan kedua langkah tersebut benar maka sudah dibuktikan bahwa $p(n)$ benar untuk semua bilangan bulat positif.

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Contoh 2.10

Tunjukkan bahwa $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}\, untuk\ n \geq 1$.

Penyelesaian :

1. Basis Induksi: akan ditunjukkan untuk $n = 1$ maka $p(1)$ benar, yaitu

   Untuk $n = 1$, $\quad p(1) = \frac{1(1+1)}{2}$

   $= \frac{2}{2}$

   $= 1$ (benar).

2. Langkah induksi: misalkan $p(n)$ benar, yaitu mengasumsikan bahwa $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}\, untuk\ n \geq 1$ adalah benar (hipotesis induksi), maka akan ditunjukkan bahwa $p(n+1)$ juga benar, yaitu:

   Andaikan $n \geq 1$.

   $1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$

   Untuk membuktikan ini, tunjukkan bahwa

   $$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = (1 + 2 + 3 + \cdots + n) + (n+1)$$

   $$= \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

   $$= \frac{(n^2+n)}{2} + (n+1)$$

   $$= \frac{(n^2+n)}{2} + \frac{2(n+1)}{2}$$

   $$= \frac{(n^2+n)}{2} + \frac{2n+2}{2}$$

   $$= \frac{n^2+3n+2}{2}$$

   $$= \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

   $$= \frac{(n+1)[(n+1)+1]}{2}$$

   $terbukti.$

UIN SUSKA RIAU

Karena langkah (1) dan (2) telah terbukti benar, maka untuk semua bilangan bulat positif n, terbukti bahwa untuk semua $n \geq 1$, $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Pada Bab III ini akan dijelaskan mengenai jenis penelitian dan proses penelitian, selengkapnya akan dijelaskan pada Subbab 3.1 dan 3.2.

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang penulis gunakan adalah studi literature dengan referensi seperti jurnal, buku referensi, internet, dan lainnya.

3.2 Prosedur Penelitian

Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Diberikan suatu matriks $FLDCirc_r\, A$ dengan bentuk khusus berorde 4×4 sampai 10×10 yang dibentuk dari Persamaan (1.7).
2. Menentukan nilai determinan dari matriks $FLDCirc_r\, A$ berorde 4×4 sampai 10×10 dengan menggunakan metode ekspansi kofaktor.
3. Menduga bentuk umum determinan dari matriks $FLDCirc_r\, A$ berorde $n \times n$ bentuk khusus dengan mengamati polanya.
4. Membuktikan bentuk umum determinan dari matriks $FLDCirc_r\, A$ berorde $n \times n$ bentuk khusus dengan induksi matematika.
5. Mengaplikasikan matriks $FLDCirc_r\, A$ berorde $n \times n$ bentuk khusus ke dalam contoh soal.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan uraian dan pembahasan pada bab-bab sebelumnya dapat diperoleh kesimpulan yaitu bentuk umum determinan dari suatu matriks $FLDcirc_r$ bentuk khusus pada Persamaan (1.7) adalah sebagai berikut:

$$|A_n| = (-1)^{n+1} r^3 x^n, \quad n \geq 4$$

5.2 Saran

Dalam pembahasan yang telah dikemukakan, penulis hanya membahas tentang langkah-langkah dalam menentukan determinan dari matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus. Bagi pembaca yang tertarik akan pembahasan ini, selanjutnya diharapkan pembaca dapat mengembangkan ide lain dalam membahas matriks $FLDcirc_r$ ini, seperti dengan membahas tentang menentukan determinan atau invers dari suatu matriks $FLDcirc_r$ berbentuk khusus lain serta penerapannya.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU

© Hak cipta milik UIN Suska Riau

State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H dan Rorres, C. *"Elementary Linear Algebra: Aplications Version.*11^{th} *edition"*. USA, 2013.

Aryani, F dan Marzuki, CC. "Determinan Matriks Toeplitz Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor" *JSMS*. Vol. 4. N0. 2. hal.82-88, Juli 2018.

Aryani, F. Dkk. "Determinan Matriks $FLDcirc_r$Bentuk Khusus Menggunakan Ekspansi Kofaktor" *SNTIKI*. hal.1-6, November 2018.

Jones, AW. *"Circulants"*. Pennsylvania (US): Carlisle, 2008.

Pan, X dan Qin, M. "The Discriminance for $\mathrm{FLDcirc}_{\mathrm{r}}$ Matrices and the Fast Algorithm of Their Inverse and Generelazid Inverse" *Advances in Linear Algebra & Matrix Theory*. No. 5. hal.54-61, Mei 2015.

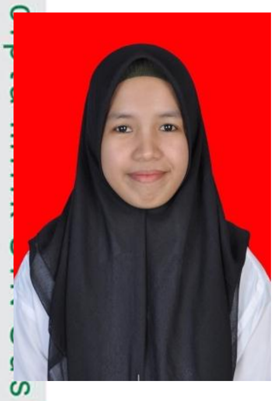
Rahma, AN. Dkk. "Determinan Matriks Blok 2×2 Dalam Aplikasi Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus" *JSMS*. Vol. 4.No. 2, Juli 2019.

Rinaldi, M. *"Matematika Diskrit"*. Edisi Revisi Kelima. Bandung: Informatika, 2012.

UIN SUSKA RIAU

UIN SUSKA RIAU
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



Puteri Mayang Sari, dilahirkan di Medan, 12 Oktober 1996, putri dari Bapak Yusriadi dan Ibu Irmawati yang beralamat di Jalan Dahlia No.78-80, Kota Pekanbaru Provinsi Riau. Penulis menyelesaikan pendidikan dasar di SDN 060877 Medan tahun 2002-2008, melanjutkan pendidikan ke SMPN 12 Medan tahun 2008-2010 lalu pindah ke Kota Pekanbaru dan melanjutkan pendidikan di SMPN 23 Pekanbaru tahun 2010-2011, kemudian penulis melanjutkan ke SMAN 2 Pekanbaru dengan jurusan IPA dan lulus pada tahun 2014.

Setelah menamatkan pendidikan di SMAN 2 Pekanbaru, penulis melanjutkan ke jenjang S1 pada tahun 2014 di Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau pada Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi. Pada bulan Februari 2018, penulis melaksanakan Kerja Praktek di Dinas Sosial Kota Pekanbaru dengan Judul **"Analisis Jumlah Setiap Jenis Penyandang Disabilitas di Kota Pekanbaru Menggunakan Metode Desain Blok Lengkap Acak"** yang dibimbing oleh ibu Corry Corazon Marzuki, M.Sc. dan diseminarkan pada 6 Juni 2018. Pada bulan Juli-Agustus 2017 penulis mengikuti Kuliah Kerja Nyata (KKN) di Desa Bandar Alai Kari, Kec. Kuantan Tengah, Kabupaten Kuantan Singingi Penulis dinyatakan lulus ujian sarjana dengan judul Tugas Akhir **"Determinan Matriks $FLDcirc_r$ Bentuk Khusus $n \times n, n \geq 4$ Dengan Ekspansi Kofaktor"** dengan dosen pembimbing bapak Ade Novia Rahma, M.Mat. hingga menyelesaikan studinya pada Juni tahun 2020. Jalin komunikasi dengan penulis di email: puterimayangs@gmail.com

UIN SUSKA RIAU